Evolutionary Optimization

-Fuzzy Theory-

ファジィ理論って何？

ファジィ理論 (Fuzzy Logic)

人間が得意とする“曖昧さ”をコンピュータに扱わせるための手法

- 1960年，Zadeh（米）によって考案

Fuzzyの生みの親
L. A. Zadehさん

従来の手法 → 明確な数値しか扱えない

“ 暑い ” や “ 寒い ” といった事実を表現しにくい

Fuzzy理論 → 曖昧な表現を扱える

事項の “ 正しさ ” によって曖昧さを表現

ファジィ理論の長所

- 曖昧な表現に対してそれなりの表現が可能←グレード

  例）トマトの“ 赤さ ”→ とても赤い，少し赤い，･･･

- 主観的な判断を客観的に表現することが可能
  ←メンバシップ関数

  例）自分: “ とても赤い ” 相手: “ 少し赤い ”
  →実際のところどのくらい “ 赤い ” のかがわかる

- 厳密なモデル化が不要←If-thenルール

  問題の中身の構造が不明でも，挙動さえわかれば良い

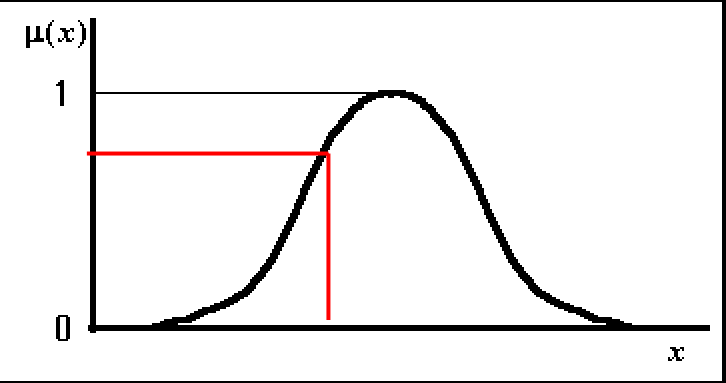
- 頑健性←ルール（メンバシップ関数）の重ね合わせ

  ルールの一部が破損しても，他のルールがカバーする

ファジィ集合

ファジィ集合

縦軸:事実のグレード

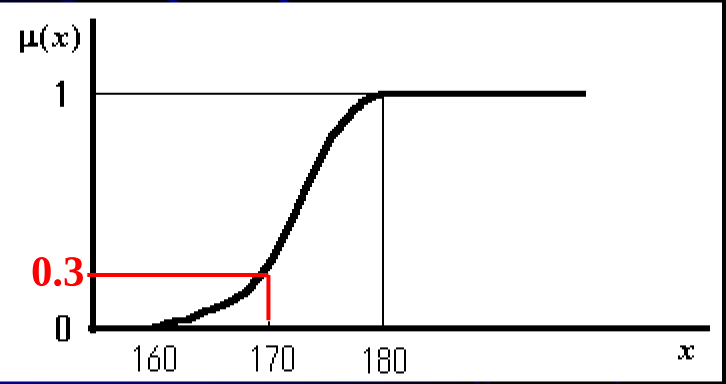


横軸:集合の値

ある事実にどのくらい当てはまるかの度合いを表す集合

例えば…

“背が高い”のファジィ集合



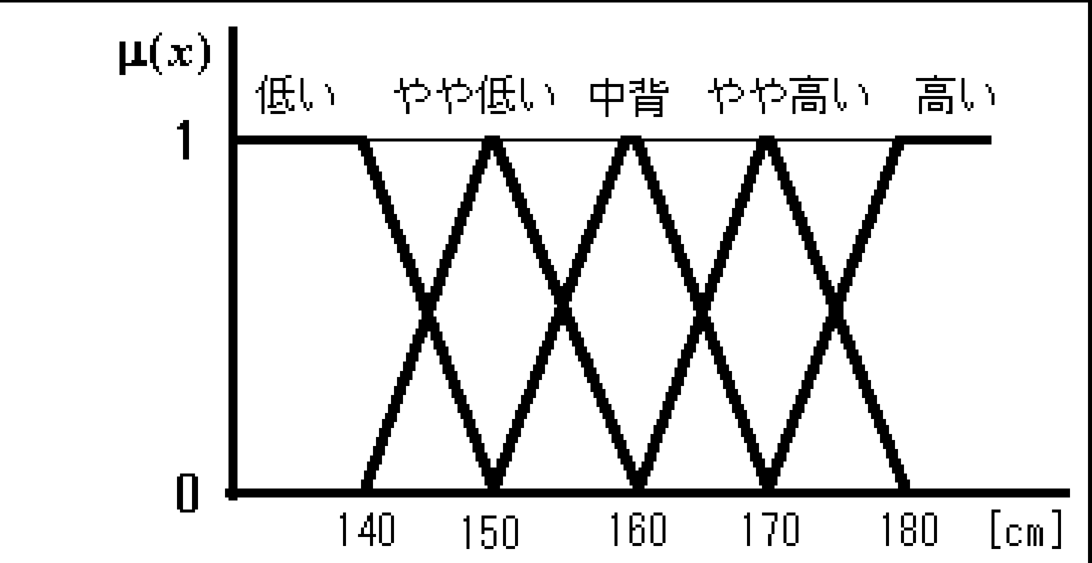
身長が170cmの場合，“背の高さ”の度合いは0.3

クリスプ集合では0となり，“背は低い”となってしまう

メンバシップ関数

ファジィ集合における度合いを表す
関数のことをメンバシップ関数と呼ぶ

- 一般的には，下図のように三角形のものが多い
- 様々な事実に対するメンバシップ関数の重ねあわせが可能



ファジィ演算

ファジィ理論を用いる上で，ファジィ集合の演算を行う必要がある

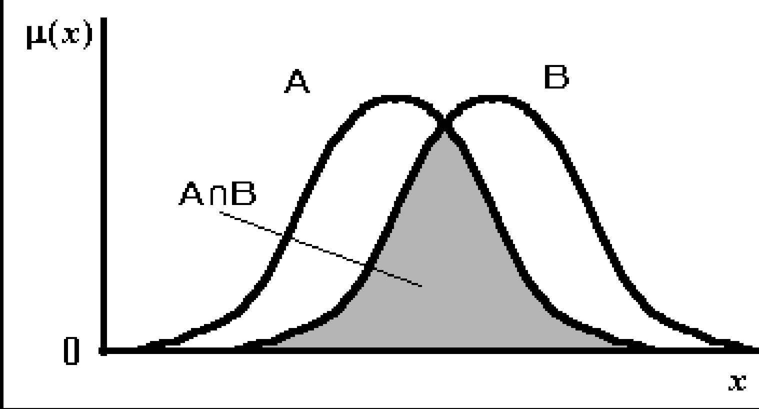
AND演算, OR演算, NOT演算

AND演算

$$A \cap B \quad \mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

“ AでありかつBである ” ことから，
AとBの重なる部分の集合として求まる

例）ある部屋で，Aさん，Bさん共に
“ 快適だな～ ” と感じる温度の度合い



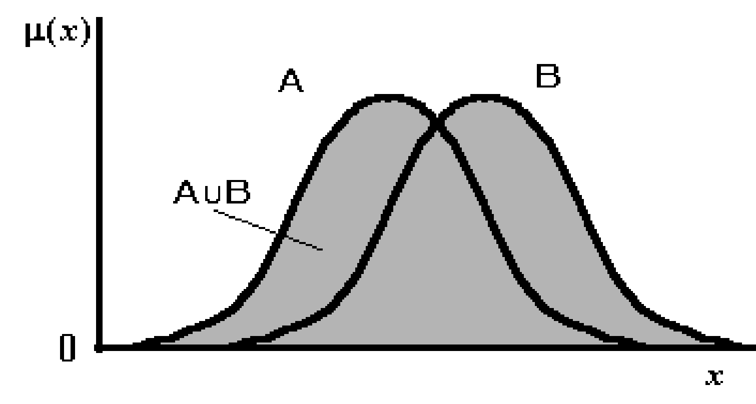
ファジィ演算

OR演算

$$A \cup B \quad \mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

“ AかまたはBである ” ことから，AかBのいずれかが満足する集合として求まる

例）Aさん，Bさんのどちらかが “ 快適だな～ ” と感じる温度の度合い

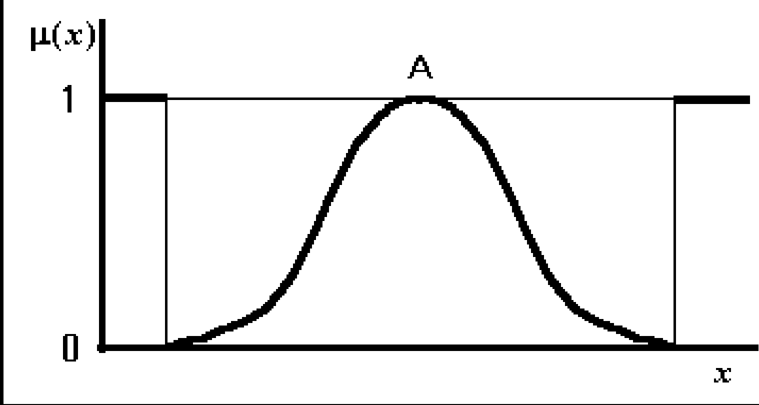


NOT演算

“ Aではない ” という意味

Zadehの否定: $A^C = 1 - \mu_A(x)$

直観主義の否定: $N_I(\mu) = \begin{cases} 1, (\mu = 0) \\ 0, (\mu > 0) \end{cases}$



ファジィ推論

ファジィ推論 (Fuzzy Reasoning)

命題論理演算にファジィの概念を用いて拡張を行った推論法

➡ 複数のIf-thenルールの重ね合わせによって推論する

If-thenルール

$\underbrace{\text{If (X1 is A1) AND (X2 is A2)}}_{\text{前件部}}$ then $\underbrace{\text{Y is B}}_{\text{後件部}}$

前件部のメンバシップ関数の積集合から後件部のメンバーシップ関数を計算

➡ 各ルールの後件部のメンバシップ関数の和集合の重心を解として計算

Min-Max法

ファジィ推論

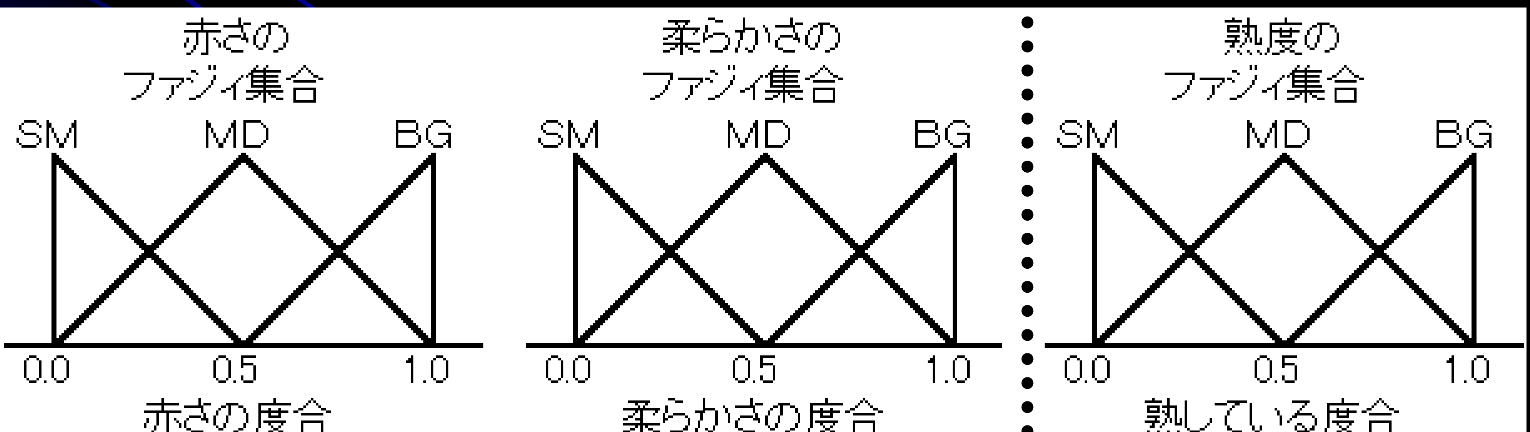
具体例として…　トマトの赤さと柔かさから，熟度を求める

ルール1　If 赤さ is BG AND 柔かさ is BG then 熟度 is BG

ルール2　If 赤さ is MD AND 柔かさ is MD then 熟度 is MD

ルール3　If 赤さ is SM AND 柔かさ is SM then 熟度 is SM

前件部のメンバシップ関数　　後件部のメンバシップ関数



BG:大き

MD:中程

SM:小さ

ファジィ推論

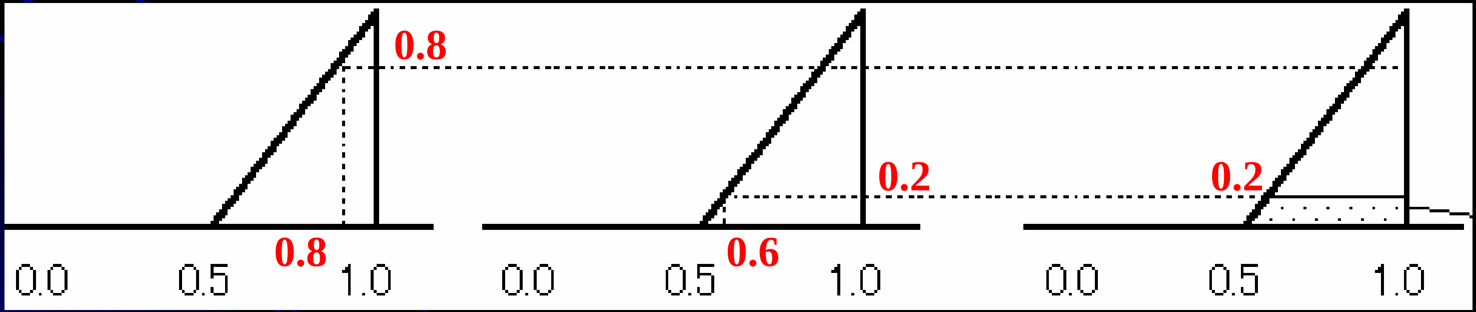
前件部で赤さ=0.8，柔かさ=0.6と与えた場合を考える

前件部のメンバシップ関数による推論結果の積集合を後件部のグレードとして求める

ルール1

"赤さ"のグレード:0.8
"柔かさ"のグレード:0.2

"熟度"のグレード:0.2



赤さ=BIG
のメンバシップ関数

柔かさ=BIG
のメンバシップ関数

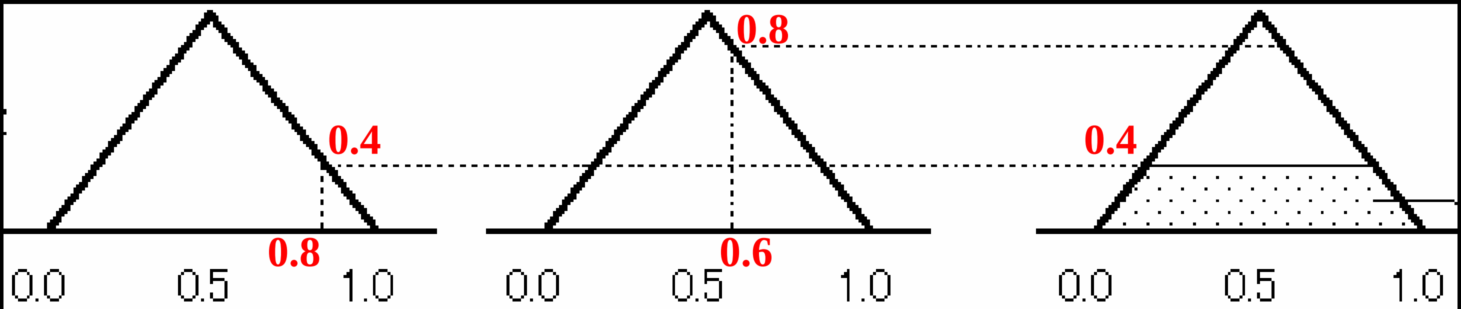
熟度=BIG
のメンバシップ関数

ファジィ推論

ルール2

"赤さ"のグレード:0.4
"柔かさ"のグレード:0.8

"熟度"のグレード:0.4

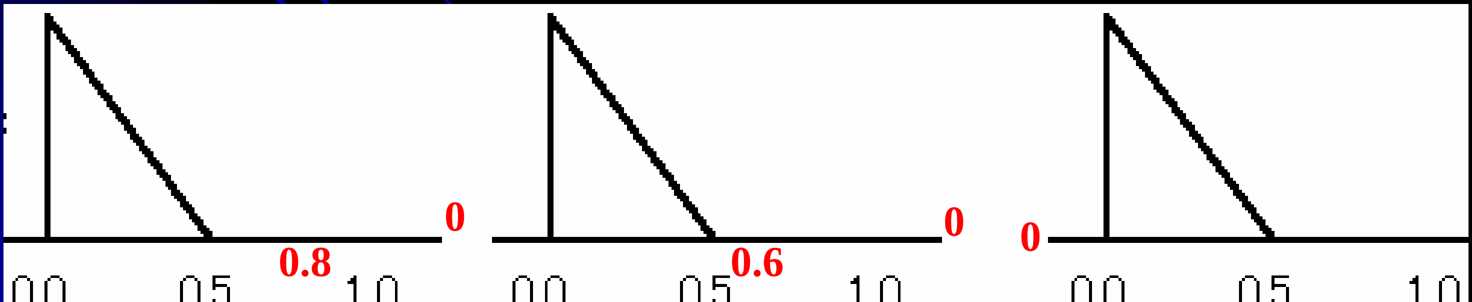


赤さ，柔かさ，
熟度＝MDの
メンバシップ関数

ルール3

"赤さ"のグレード:0
"柔かさ"のグレード:0

"熟度"のグレード:0



赤さ，柔かさ，
熟度＝SMの
メンバシップ関数

ファジィ推論

各ルールに関して求まった後件部のメンバーシップ関数の和集合の重心を求め，解とする

重心の計算法

重心 $y_0 = \dfrac{\int y \cdot \mu(y)dy}{\int \mu(y)dy}$

$\mu(y)$：合成したファジィ集合

ルール数の増大→推論精度の向上

ファジィ推論制御の頑健性